

# ANÁLISIS DE LA PROBABILIDAD CONDICIONAL DE INCUMPLIMIENTO DE LOS MAYORES DEUDORES PRIVADOS DEL SISTEMA FINANCIERO COLOMBIANO

José Eduardo Gómez González  
Inés Paola Orozco Hinojosa  
Nancy Eugenia Zamudio Gómez\*

## I. INTRODUCCIÓN

El sector corporativo privado es el principal deudor del sistema financiero colombiano (la cartera comercial representa el 54,9% de la cartera bruta total) y es por esta razón que medir y monitorear el posible riesgo que este sector de la economía pueda representar para el sistema financiero es de suma importancia.

Desde la crisis vivida a finales de la década pasada las firmas colombianas no han experimentado una situación similar: hoy, los indicadores de calidad de la cartera comercial se encuentran en sus mínimos históricos y la cartera ha vuelto a crecer después del estancamiento sufrido durante el período 2003-2005. A junio de 2006 la razón de cartera vencida a cartera total de las empresas fue de 1,63%, mientras que el crecimiento real de la cartera comercial privada alcanzó un valor de 18,3%.

Lo anterior, sumado a la buena situación de la economía y al buen desempeño de las empresas en los últimos años, no impone un riesgo inminente sobre la estabilidad financiera; sin embargo, los riesgos de mediano plazo permanecen y esto lleva a continuar la medición y el monitoreo de este tipo de riesgo: por ejemplo, un alto crecimiento de la cartera comercial es bueno, por cuanto ayuda al financiamiento de proyectos de inversión, no obstante, un choque no esperado que afecte la capacidad de pago de las firmas podría generar un riesgo para el sistema financiero, debido al deterioro que podría sufrir la cartera.

---

\* Gómez González pertenece al Departamento de Economía de Cornell University; Orozco Hinojosa y Zamudio Gómez, al Departamento de Estabilidad financiera de la Subgerencia Monetaria y de Reservas del Banco de la República. Las opiniones contenidas aquí son de responsabilidad exclusiva de los autores y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva. Se agradecen los comentarios de Dairo Estrada, Carlos Amaya y Andrés Murcia.

El objetivo de este trabajo es encontrar los principales determinantes de la tasa de *riesgo*<sup>1</sup> o probabilidad condicional de incumplimiento de las obligaciones financieras de las firmas del sector privado colombiano<sup>2</sup>. Usando un modelo de duración y tomando como insumos las variables del modelo Camel<sup>3</sup>, se hacen estimaciones por máxima verosimilitud parcial.

Los resultados indican que el tamaño de la deuda es el principal determinante de la probabilidad condicional de que una empresa incumpla sus obligaciones con el sistema financiero; en particular, mientras mayor sea la deuda de una empresa más grande es la probabilidad de incumplimiento de las empresas. Otras variables determinantes de la probabilidad son la rentabilidad, el tamaño, y el pertenecer a algunos sectores de la economía. Finalmente, se encuentra que la probabilidad de incumplir las obligaciones financieras tiene una dependencia negativa de la duración, es decir que mientras más tiempo se demora una firma en hacer *default*, la probabilidad de que incumpla se hace menor.

El documento se divide en cuatro partes incluyendo esta introducción; en la segunda se hace una revisión teórica del modelo de duración, con énfasis en la función de *riesgo* propuesta por Cox (1972), y de la técnica de estimación; en la tercera parte se presentan los datos y los resultados de la estimación; en la cuarta se concluye.

## II. MODELO DE DURACIÓN

En esta sección se describe el modelo utilizado para estimar la probabilidad de incumplimiento de los principales deudores corporativos del sistema financiero colombiano y su técnica de estimación.

Para la estimación se utilizó un modelo de duración en donde se analiza el tiempo que tardan las empresas en hacer *default*. En particular, la pregunta que se quiere contestar con este tipo de modelos es, ¿cuál es la probabilidad de que una firma incumpla sus obligaciones financieras en un momento  $t$  dado que no lo ha hecho hasta ese momento?

Los modelos de duración han sido usados ampliamente en economía laboral para determinar cuánto tiempo duran desempleados los agentes y cómo cambia esta variable con el ciclo económico. Recientemente estos modelos se han aplicado también a estudios de economía financiera, como es el caso del estudio de Gómez y Kiefer (2006), en donde los autores usan un modelo de duración para estimar el tiempo que demoran los establecimientos de crédito del sistema financiero colom-

---

<sup>1</sup> En este documento la palabra *riesgo* es equivalente al concepto *hazard* en modelos de duración.

<sup>2</sup> La probabilidad de incumplimiento es condicional a que hasta un momento  $t$  las empresas no le han hecho *default* al sistema financiero.

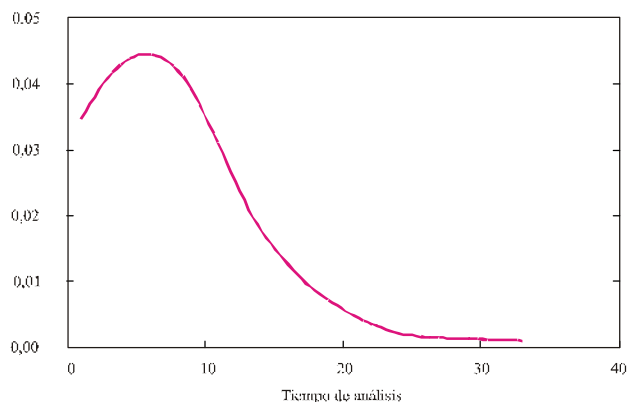
<sup>3</sup> La sigla Camel se refiere a: *Capital protection, Asset quality, Management competence, Earnings strength, Liquidity risk*.

biano en ser liquidados, después de la ocurrencia de un choque negativo en la economía.

En este trabajo se usa en particular el modelo de *riesgos* proporcionales semiparamétricos de Cox (1972), el cual es el más usado en la literatura. La justificación para usar este modelo y no otros, como el exponencial o el de Weibull, es la no monotonicidad de la función de riesgo. Como se puede ver en el Gráfico 1, esta función crece en los primeros períodos hasta alcanzar un máximo, para luego decrecer monotónicamente<sup>4</sup>.

Los estudios que suponen una forma particular para el efecto del paso del tiempo sobre el riesgo condicional están suponiendo, por ejemplo, que el efecto de cambios en las condiciones macroeconómicas, que afectan a todas las instituciones por igual, genera un cambio monotónico en el riesgo condicional que se mantiene en el tiempo. Una de las ventajas de hacer estimaciones no paramétricas de la tasa de *riesgo*, como las que se hacen en este documento, está en que no implica este tipo de supuestos, lo cual permite que la estimación de los coeficientes en el modelo condicional sea más adecuada y confiable.

FUNCIÓN RIESGO SUAVIZADA



### A. Funciones de *riesgo* y supervivencia<sup>5</sup>

La distribución de probabilidad de las duraciones se define como:

$$(1) \quad F(t) = \text{Prob}(T < t)$$

Sin embargo, es común definir la función de “supervivencia” en este tipo de modelos:

$$(2) \quad \begin{aligned} S(t) &= 1 - F(t) \\ S(t) &= \text{Prob}(T \geq t) \end{aligned}$$

La ecuación (2) se define como la probabilidad de que la variable aleatoria  $T$  sea mayor o igual a un cierto valor  $t$ . Trabajar con una función de supervivencia es equivalente a trabajar con una función de probabilidad, cualquiera que esta sea.

Finalmente, la función más útil en el análisis de los modelos de duración es la función *riesgo* que determina la probabilidad condicional de que una empresa

<sup>4</sup> La distribución exponencial y la de Weibull imponen cierta parametrización de la función de riesgo, la primera supone que ésta debe ser constante en el tiempo y la segunda que debe crecer siempre, decrecer o permanecer constante.

<sup>5</sup> Para una explicación más detallada de los modelos de duración véase Kiefer (1988).

incumpla sus obligaciones dado que hasta el momento no lo ha hecho, y se define como:

$$(3) \quad h(t) = f(t) / S(t)$$

Donde  $f(t)$  es la función de densidad de probabilidad. En el caso del modelo de Cox (1972) la forma específica de la función *riesgo* está dada por:

$$(4) \quad h(t) = h_0(t) \mathbf{y}(x, \mathbf{b})$$

Donde  $h_0(t)$  es la función *riesgo* base (es decir, un parámetro desconocido que se deberá estimar) y  $\mathbf{y}(x, \mathbf{b}) = \exp(x'\mathbf{b})$  es un vector de variables explicativas y coeficientes desconocidos. Suponer que la función  $\mathbf{y}(x, \mathbf{b})$  tiene forma exponencial es conveniente en el sentido de que garantiza que la función *riesgo* sea no negativa sin imponer ninguna restricción de signo sobre los parámetros de interés.

## B. Estimación por máxima verosimilitud parcial

Este método de estimación, desarrollado por Cox (1972), permite obtener estimaciones de los parámetros  $\mathbf{b}$  sin necesidad de especificar una forma particular de la función *riesgo* base  $h_0(t)$ . El punto crucial de esta estimación radica en que la contribución a la función de verosimilitud parcial de la duración  $i$  está dada por:

$$(5) \quad \frac{h(t_i, x_i, \mathbf{b})}{\sum_{j=1}^n h(t_i, x_j, \mathbf{b})}$$

Lo que implica que:

$$(6) \quad \frac{h(t_i, x_i, \mathbf{b})}{\sum_{j=1}^n h(t_i, x_j, \mathbf{b})} = \frac{h_0(t) \mathbf{y}(x_i, \mathbf{b})}{h_0(t) \sum_{j=1}^n \mathbf{y}(x_j, \mathbf{b})} = \frac{\mathbf{y}(x_i, \mathbf{b})}{\sum_{j=1}^n \mathbf{y}(x_j, \mathbf{b})}$$

Y, por tanto, ésta no depende de la duración.

La función de verosimilitud se construye como la productoria de las contribuciones individuales dadas en la ecuación (6). El logaritmo de esta función está dado por:

$$(7) \quad l(\mathbf{b}) = \sum_{i=1}^n \{ \ln \mathbf{y}(x_i, \mathbf{b}) - \ln [\sum_{j=1}^n \mathbf{y}(x_j, \mathbf{b})] \}$$

La ecuación (7) muestra que, dada la ausencia de la función de *riesgo* base, el orden de las duraciones contiene información sobre los coeficientes desconocidos, los cuales se obtienen al maximizar dicha función.

### III. EJERCICIO EMPÍRICO

#### A. Datos y variables

En este ejercicio se utiliza la información de los dos mil mayores deudores del sistema financiero colombiano, información que contiene la historia de las clasificaciones de las carteras de cada una de las firmas. La periodicidad de la información es trimestral y va desde 1997-IV hasta 2006-I<sup>6</sup>. Después de algunas depuraciones el número total de firmas es 989<sup>7</sup>.

El modelo base escogido para la estimación es un modelo tipo Camel<sup>8</sup>, que aunque es utilizado, generalmente, en ejercicios de evaluación y calificación de bancos, es posible considerar algunas variables de éste como posibles determinantes de la probabilidad de incumplimiento de las empresas, y eliminar o sustituir otras por mejores indicadores.

Las variables que representan el modelo Camel son: capitalización, calidad de los activos, gerencia o eficiencia, ganancias y liquidez. Para el caso de las firmas colombianas hay dos variables en este modelo que, de acuerdo con la revisión de hechos estilizados de manera periódica acerca del sector corporativo privado colombiano en el *Reporte de Estabilidad Financiera*, no se consideran relevantes para explicar las dificultades financieras de las mismas, o que no son equivalentes para el caso de los bancos, que es justamente donde se concentran las aplicaciones de este modelo; así, la calidad de los activos, por ejemplo, no es una variable determinante de las dificultades de las empresas, como sí lo es el indicador de calidad de cartera en el caso de los bancos. Por otro lado, la variable que generalmente se usa para medir eficiencia es la proporción de los gastos administrativos y laborales sobre los activos, y para el caso de las firmas ésta es más una variable de tamaño que de eficiencia o gestión.

En el Cuadro 1 se presentan las variables incluidas en el modelo y algunas estadísticas descriptivas de las mismas. La variable *time to failure* es igual al número de trimestres que tarda una empresa en cambiar la calificación de su cartera de tipo A/B a C/D/E, o a lo que se considera en este documento como incumplimiento o *default*; además, en el cuadro se observan dos aspectos por resaltar con respecto a esta variable: primero, en promedio las empresas de esta muestra se demoraron quince trimestres en hacerle *default* al sistema financiero, y segundo, en la muestra hay empresas que incumplieron el pago de sus deudas, y también hay empresas que nunca incumplieron.

---

<sup>6</sup> Se tomó la información desde 1997 con el fin de tener el período anterior a la crisis de finales de los años noventa.

<sup>7</sup> Se hicieron varias depuraciones de la muestra antes de hacer la estimación, en donde el trimestre inicial es 1997-IV y es considerado como el período base. Partiendo de ese supuesto, primero se eliminaron las empresas que incumplieron con sus obligaciones en el período base y luego se eliminaron las que no tenían información en el trimestre siguiente al inicial (1998-I). El criterio final para permanecer en la muestra fue el de empresas con información de balance y estado de resultados en el período base.

<sup>8</sup> Para una explicación más detallada de este modelo, véase Gilbert, Meyer y Vaughan (2000).

## ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS DE LAS VARIABLES INCLUIDAS EN EL MODELO

	Promedio	Desviación	Mínimo	Máximo
<i>Time to failure</i>	15,341	12,681	1,000	33,000
Deuda	0,334	0,182	0,000	1,314
Liquidez	2,015	7,021	0,058	204,356
Tamaño	16,602	1,480	7,631	20,876
Capitalización	0,437	0,223	-0,898	0,989
<i>Dummy</i> rentabilidad	0,497	0,500	0,000	1,000
<i>Dummy</i> industria	0,434	0,496	0,000	1,000
<i>Dummy</i> construcción	0,131	0,338	0,000	1,000

Fuente: Superintendencia Financiera de Colombia y Superintendencia de Sociedades, cálculos de los autores.

La *deuda* es la razón entre deuda y activos, que en promedio fue igual a 33%; el indicador de liquidez es la relación entre activos corrientes y pasivos corrientes que indica que, en promedio, los activos de corto plazo de las empresas han cubierto más de dos veces aquellos pasivos de más corto vencimiento; la medida de tamaño se construyó como el logaritmo de las ventas, y la capitalización es igual al patrimonio sobre los activos.

En la estimación se incluyeron tres variables dicotómicas; la rentabilidad se construyó como la utilidad antes de impuestos sobre los activos, y la variable *dummy* respectiva es igual a 1 cuando la empresa tiene rentabilidad negativa. Del Cuadro 1 se puede inferir que aproximadamente la mitad de las empresas de la muestra tuvieron rentabilidad negativa en 1997. De la misma forma se construyeron dos variables sectoriales para la industria y la construcción, que son iguales a 1 en cada caso si la empresa pertenece a estos sectores y 0 en otro caso<sup>9</sup>.

## B. Estimación y resultados

Los resultados de la estimación se presentan en el Cuadro 2: para facilitar la interpretación se muestran los coeficientes y no las tasas de *riesgo*<sup>10</sup>. La prueba de significancia conjunta indica que las variables incluidas son relevantes para explicar la duración. Todas las variables presentan el signo esperado, excepto la variable liquidez, pero no es significativa, por tanto, se puede pensar que su efecto sobre la tasa de *riesgo* es 0.

<sup>9</sup> La intención de estas variables dicotómicas es controlar por efectos sectoriales: en particular, se escogió el sector industrial por ser el más representativo de la muestra y el sector construcción por ser uno de los más frágiles a lo largo del período analizado.

<sup>10</sup> La estimación arroja los *Hazard ratios* en lugar de los coeficientes, para obtener los coeficientes se calcula el logaritmo de los *Hazard ratios*.

## ESTIMACIÓN POR MÁXIMA VEROSIMILITUD PARCIAL

Variable	Coefficiente	Error estándar
<i>Dummy</i> rentabilidad	0,375242 ***	0,0993396
Deuda	1,314651 ***	0,3511115
Liquidez	-0,000951	0,0052542
Tamaño	-0,076329 **	0,0347549
Capitalización	-0,246420	0,3022769
<i>Dummy</i> industria	-0,277751 **	0,1104563
<i>Dummy</i> construcción	0,513085 ***	0,1334809
Número de observaciones	989	
<i>Log likelihood</i>	-3049,3886	
LR chi2(7)	151,2	
Prob > chi2	0,0000	

\*\* Significativo al 95%.

\*\*\* Significativo al 99%.

Uno de los resultados más importantes es el efecto de la deuda, el cual presenta el mayor coeficiente e indica que, manteniendo todo lo demás constante, un aumento de la deuda de las empresas genera una mayor probabilidad condicional de incumplimiento en el período analizado.

El coeficiente de la variable rentabilidad indica que cuando una empresa presenta pérdidas, esto aumenta la tasa de *riesgo*, mientras que la variable tamaño indica que las empresas más grandes tienen una menor probabilidad, debido a que pueden ser consideradas empresas de una categoría superior, en donde el incumplimiento de sus deudas puede tener mayores costos.

Finalmente, pertenecer a sectores específicos de la economía puede tener incidencia sobre la tasa de *riesgo*; así, pertenecer al sector industrial significa hacer parte de un sector con menor volatilidad de sus ingresos, lo que implica una menor tasa de *riesgo*<sup>11</sup>. Por otro lado, hacer parte del sector de la construcción involucra una mayor probabilidad de incumplimiento, manteniendo todo lo demás constante, resultado que ha sido una constante en los ejercicios de probabilidad de incumplimiento de las firmas (bien sea basados en quiebra o *default*)<sup>12</sup>.

El principal supuesto del modelo de Cox (1972) es el de los *riesgos proporcionales*, razón por la cual es importante validarlo. En el Cuadro 3 se presenta los

<sup>11</sup> Cabe resaltar que aproximadamente el 50% de la muestra hace parte del sector industrial.

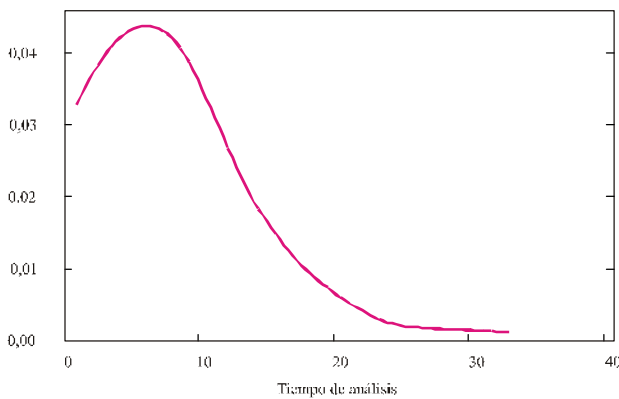
<sup>12</sup> En el caso de quiebra véase el trabajo de Arango, Zamudio y Orozco (2005), y en el caso de *default* véase el capítulo IV de este reporte. La razón de este resultado se encuentra en que los ejercicios consideran toda la historia de las empresas, con lo cual, aunque actualmente el sector construcción se encuentra recuperado y en una mejor situación, experimentó circunstancias adversas durante la crisis de la década pasada, las cuales son recogidas en el ejercicio.

PRUEBA DEL SUPUESTO DE RIESGOS PROPORCIONALES

	Rho	c <sup>2</sup>	Grados de libertad	Prob > c <sup>2</sup>
Dummy rentabilidad	0,029	0,430	1	0,514
Deuda	0,007	0,020	1	0,891
Liquidez	0,029	0,480	1	0,490
Tamaño	0,047	1,090	1	0,297
Capitalización	0,041	0,680	1	0,408
Dummy industria	-0,061	1,810	1	0,178
Dummy construcción	-0,007	0,030	1	0,871
<b>Test global</b>		<b>3,5</b>	<b>7</b>	<b>0,835</b>

GRÁFICO 2

REGRESIÓN CON RIESGOS PROPORCIONALES DE COX



resultados de la prueba de *riesgos proporcionales*, donde la hipótesis nula es que los coeficientes tienen una pendiente igual a 0, es decir que los coeficientes no varían en el tiempo. La prueba muestra los resultados individuales para cada coeficiente y el test global: en todos los casos no se puede rechazar la hipótesis nula que establece que los coeficientes no varían en el tiempo, por tanto se puede concluir que el supuesto de *riesgos proporcionales* de Cox es adecuado en este caso.

Después de realizar la estimación y hacer la prueba de *riesgos proporcionales*, es posible obtener la función de *riesgo* estimada del modelo: en el Gráfico 2 se presenta esta función para los valores promedio de las

variables, el cual muestra un patrón similar a la función observada de *riesgo* del Gráfico 1<sup>13</sup>: la probabilidad condicional aumenta hasta alcanzar un máximo para luego disminuir y encontrarse hoy en su nivel mínimo, indicando que la probabilidad de hacer *default* tiene una correlación negativa con la duración, es decir, que mientras más tiempo se demora una firma en hacer *default*, la probabilidad de que incumpla se hace menor.

En el Gráfico 3 se presenta la función de *riesgo* estimada para tres tipos de situaciones. En el panel superior (A) se divide la función entre las firmas que tienen rentabilidad negativa y las que tienen rentabilidad mayor que 0. Los dos grupos siguen la misma tendencia, sin embargo, existe una diferencia importante de nivel,

<sup>13</sup> El Gráfico 1 es la función *riesgo* estimada no paramétricamente y corresponde a la probabilidad instantánea de *default* no condicional (es decir que no depende de las variables exógenas del modelo). El Gráfico 2 corresponde a la función *riesgo* estimada, en donde se espera que esta función se parezca a la obtenida no paramétricamente, como está ocurriendo aquí, porque esto indica que el modelo estimado se ajusta de manera adecuada al modelo no paramétrico, el cual es el más cercano a la distribución empírica de la duración.

ya que el grupo que presenta pérdidas en 1997 tiene una probabilidad condicional estimada mayor, aunque la brecha se ha venido cerrando recientemente.

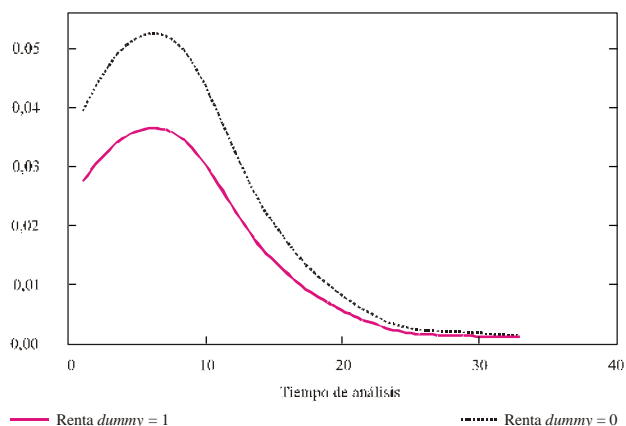
El panel medio (B) presenta la función de *riesgo* estimada para las empresas que pertenecen al sector industrial frente a las que operan en el resto de sectores, mientras en el panel inferior (C) se presenta la probabilidad condicional para las empresas que hacen parte del sector construcción comparada con la de las que pertenecen al resto de sectores de la economía. En los gráficos se observa que todos los grupos siguen la misma tendencia, pero que existen algunas diferencias de nivel. En particular, comparado con los demás sectores, hacer parte del sector industrial implica una menor probabilidad condicional de hacer *default*, y al contrario, estar en el sector constructor conlleva a una mayor tasa de riesgo. Cabe anotar que al igual que en el caso de la rentabilidad, estas diferencias se hacen cada vez menores y la brecha se ha venido reduciendo consistentemente<sup>14</sup>.

#### IV. CONCLUSIONES

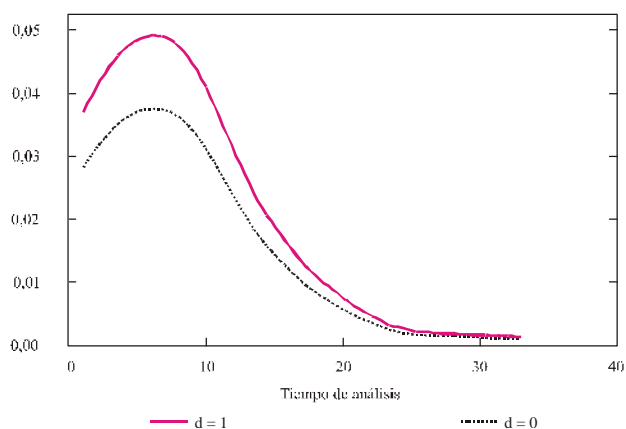
En este trabajo mediante un modelo de duración se estima la probabilidad condicional de incumplimiento de las obligaciones financieras de las firmas del sector corporativo privado. Se utiliza, específicamente, el modelo de Cox (1972) de riesgos proporcionales y se hace una estimación por máxima verosimilitud parcial, donde las variables utilizadas provienen inicialmente de un modelo Camel adaptado para el caso de las firmas colombianas.

Los resultados indican que el nivel de la deuda de las empresas es el principal determinante de la probabilidad condicional de incumplimiento; y otras variables menos importantes son el tamaño y la rentabilidad de las firmas. Un resultado interesante es el efecto que tiene sobre la probabilidad condicional de *default* pertenecer a ciertos sectores económicos, en particular,

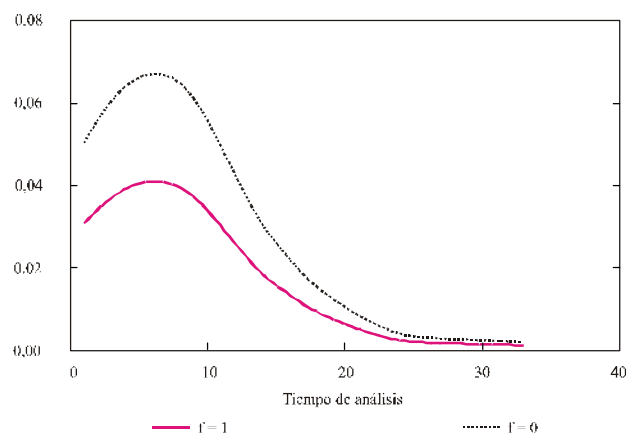
#### A. REGRESIÓN CON RIESGOS PROPORCIONALES DE COX POR RENTABILIDAD



#### B. REGRESIÓN CON RIESGOS PROPORCIONALES DE COX POR SECTOR INDUSTRIA



#### C. REGRESIÓN CON RIESGOS PROPORCIONALES DE COX POR SECTOR CONSTRUCCIÓN



<sup>14</sup> Es posible que la reducción de la brecha entre grupos de empresas también sea resultado de la convergencia hacia 0 de la probabilidad no condicional de incumplimiento.

hacer parte de la industria genera una menor probabilidad, mientras que estar en el sector construcción se traduce en una mayor probabilidad.

Una implicación de los resultados radica en que la probabilidad de incumplir con las obligaciones financieras tiene una correlación negativa con la duración, es decir, mientras más tiempo se demora una firma en hacer *default*, la probabilidad de que incumpla se va haciendo menor.

Finalmente, teniendo en cuenta la excelente situación de la economía y el buen desempeño de las firmas en años recientes, es claro que el sector corporativo privado no implica un riesgo inminente sobre la estabilidad financiera en este momento; sin embargo, los riesgos de mediano plazo permanecen y esto lleva a continuar la medición y el monitoreo de estos riesgos.

## BIBLIOGRAFÍA

Arango, J. P.; Zamudio, N. E.; Orozco, I. P. (2005). “Riesgo de crédito: un análisis desde las firmas”, en *Reporte de Estabilidad Financiera*, diciembre, Banco de la República, pp. 79-87.

Cox, R. (1972). “Regression Models and Life-Tables”, en *Journal of the Royal Statistical Society*, núm. B 34, pp. 187-220.

Gilbert, R.; Meyer, A.; Vaughan, M. (2000). “The Role of a CAMEL Dawngrade in Bank Surveillance”,

Documento de trabajo, núm. 2000-021A, Reserva Federal de San Louis, Estados Unidos.

Gómez, J. E.; Kiefer, N. M. (2006). “Explaining Time to Bank Failure in Colombia during the Financial Crisis of the Late 1990”, Borradores de Economía, núm. 400, Banco de la República.

Kiefer, N. M. (1988). “Economic Duration Data and Hazard Functions”, *Journal of Economic Literature*, num. 2, v. 26, pp. 646-679.